

# Concurso de Matemáticas Pangea 2022

## Primera Fase - 2º Bachillerato Ciencias

- 
1. Un fabricante de pinturas mezcla 100 litros de un tipo de pintura A y 200 litros de un tipo de pintura B. De esta forma, obtiene un tipo de pintura cuyo precio es de 18 € el litro. Si el precio del tipo de pintura B es 12 € el litro, ¿cuánto vale el litro de pintura de tipo A?
- a) 20 €
  - b) 25 €
  - c) 12 €
  - d) 30 €
  - e) 32 €
- 
2. ¿Cuál de las siguientes figuras geométricas es  $x^2 + xy + y^2 - y = 0$ ?
- a) Una hipérbola.
  - b) Una elipse.
  - c) Una parábola.
  - d) Una circunferencia.
  - e) Ninguna de las otras opciones es correcta.
- 
3. En un sorteo hay 100 papeletas en total, de las que están premiadas 5. Si compramos dos papeletas, ¿cuál es la probabilidad de que ambas estén premiadas?
- a)  $\frac{1}{20}$
  - b)  $\frac{1}{495}$
  - c)  $\frac{1}{200}$
  - d)  $\frac{1}{400}$
  - e)  $\frac{1}{575}$
- 
4. Considera el número  $k$  entero. ¿Cuál de las siguientes condiciones es equivalente a que  $4k - 14$  sea múltiplo de 3?
- a)  $5k + 10$  es múltiplo de 3
  - b)  $3k + 1$  es múltiplo de 3
  - c)  $k - 1$  es múltiplo de 3
  - d)  $5k + 1$  es múltiplo de 3
  - e)  $5k - 10$  es múltiplo de 3
- 
5. ¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de  $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$ ?
- a)  $g(x) = \frac{x+1}{2x+1}$
  - b)  $g(x) = \frac{x+1}{2x-1}$
  - c)  $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$
  - d)  $g(x) = \frac{x-1}{2x+1}$
  - e)  $g(x) = \frac{2x-1}{x+1}$
-

6. ¿Cuál de las siguientes rectas es asíntota de la siguiente función?

$$f(x) = \frac{x^4 - 3x^3 + 5}{x^3 - 8}$$

- a)  $y = 1$
- b)  $y = x + 2$
- c)  $x = -2$
- d)  $y = 2$
- e)  $y = x - 3$

7. Dadas dos matrices  $A$  y  $B$  cuadradas, ¿cuál de las siguientes frases es cierta?

- 1) Siempre se cumple que  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
- 2) Siempre se cumple que  $(A - B)^2 = A^2 + B^2 - 2AB$
- 3) Siempre se cumple que  $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$

- a) Todas las afirmaciones son ciertas.
- b) La afirmación 1).
- c) La afirmación 2).
- d) La afirmación 3).
- e) Ninguna de las afirmaciones es cierta.

8. ¿Cuál es valor de  $x \in \mathbb{R}$  que hace que el cociente  $\frac{3-2xi}{4-3i}$  sea un número imaginario puro?

- a) 2
- b) -2
- c) 0
- d) 1
- e) Ninguna de las otras respuestas es correcta

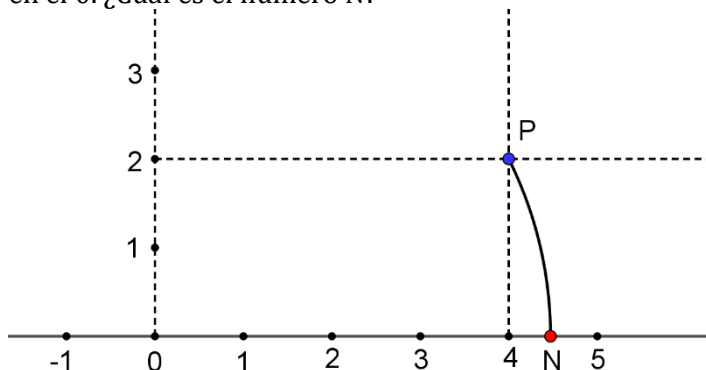
9. Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función continua. Si  $f(-1) = 4$  y  $f(1) = -4$ , ¿qué podemos afirmar sobre la función  $f$ ?

- a) Para todos los puntos comprendidos entre  $-1$  y  $1$  el valor de  $f$  es 0.
- b) Existe un punto  $c \in (-1,1)$  para el que  $f(c) = 0$ .
- c) Existe un punto  $c \in (-1,1)$  para el que  $f(c) = 4$ .
- d) No existe un punto  $c \in (-1,1)$  para el que  $f(c) = 1$
- e) Al menos existe un punto  $c \in (-1,1)$  para el que  $f(c) = 0$ .

10. Si  $\begin{vmatrix} 1 & b & e \\ 1 & c & f \\ 1 & d & g \end{vmatrix} = 6$ , ¿cuál es el valor de  $\begin{vmatrix} a & 2a+b & 3b-e \\ a & 2a+c & 3c-f \\ a & 2a+d & 3d-g \end{vmatrix}$ ?

- a) 6
- b) -6
- c)  $-6a$
- d)  $6a$
- e) Ninguna de las otras opciones es correcta.

11. Hemos marcado el número  $N$  en la recta numérica. Para ello, hemos marcado primero el punto  $P$ . Después, hemos trazado el arco que comienza en  $P$  y corta a la recta con el compás, haciendo centro en el 0. ¿Cuál es el número  $N$ ?



a)  $\sqrt{19}$

b)  $\frac{40}{9}$

c)  $\sqrt{20}$

d)  $\frac{442}{99}$

e) Ninguna de las otras respuestas es correcta.

12. Considera la función  $f(x) = (x + 2)^3 - 3x + 5$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?a) Es convexa (U) en el intervalo  $(-2, +\infty)$ b) Es decreciente en el intervalo  $(0,1)$ c) Tiene un mínimo en  $x = -3$ .d) Es creciente en el intervalo  $(-\infty, -1)$ e) Tiene un máximo en  $x = -1$ .13. Consideramos dos números  $x$  e  $y$ , tales que  $x > y$ . Si la media aritmética de  $x$  e  $y$  es 10 y su media geométrica es 6, ¿cuál es el valor del cociente  $\frac{x}{y}$ ?**Nota:** La media geométrica de  $x_1, x_2, \dots, x_n$  es  $\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ 

a) 8

b) 7

c) 9

d) 2

e) 5

14. Estudia la continuidad de la función  $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x < 3 \\ 2x + 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$  y señala cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.a)  $f(x)$  es continua en  $x = 3$ .b)  $f(x)$  tiene una discontinuidad evitable por imagen desplazada en  $x = 3$ .c)  $f(x)$  tiene una discontinuidad evitable por falta de imagen en  $x = 3$ .d)  $f(x)$  tiene una discontinuidad inevitable de salto finito en  $x = 3$ .e)  $f(x)$  tiene una discontinuidad inevitable de salto infinito en  $x = 3$ .15. Calcula:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3-x} - \sqrt{3}}{x} = \dots$ 

a)  $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

b)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

c) 1

d)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

e) 0

16. Calcula la derivada de la función  $f(x) = \frac{\sqrt{x^3}}{x+2}$ :

a)  $f'(x) = \frac{3\sqrt{x^3}}{2(x+2)}$

b)  $f'(x) = \frac{\sqrt{x}(x+6)}{2(x+2)^2}$

$$c) f'(x) = \frac{\sqrt{x}(x+3)}{2(x+2)^2}$$

$$d) f'(x) = \frac{\sqrt{x}(x+3)}{2(x+2)}$$

$$e) f'(x) = \frac{\sqrt{x}(5x+3)}{2(x+2)^2}$$

17. Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ . Calcula  $M = A^{300} - A^{250}$ .

a)  $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 50 & 1 \end{pmatrix}$

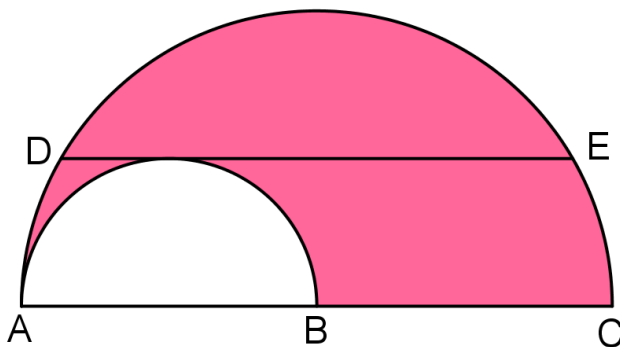
b)  $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 200 & 0 \end{pmatrix}$

c)  $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 50 & 0 \end{pmatrix}$

d)  $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1400 & 1 \end{pmatrix}$

e) Ninguna de las otras opciones es correcta

18. Observa el siguiente dibujo. Podrás ver dos semicírculos que cumplen que el diámetro del semicírculo grande, AC, mide el doble que el diámetro del semicírculo pequeño, AB. Además, hemos dibujado una cuerda tangente al semicírculo pequeño, DE, que es paralela a AC y que mide 4 cm. ¿Cuál es el valor del área sombreada?



a)  $\frac{\pi}{2}$

b)  $4\pi$

c)  $\pi$

d)  $\frac{\pi}{4}$

e)  $2\pi$

19. Todos los alumnos de 2º de bachillerato de un instituto tienen que cursar una de las siguientes asignaturas optativas: Taller de música, Informática o Alemán. El 60% del total de alumnos se ha matriculado en Informática. Si 6 alumnos del Taller de música se hubiesen matriculado en Alemán, estas dos asignaturas tendrían el mismo número de alumnos. Si el doble de la diferencia entre los matriculados en Informática y el Taller de música es igual al quintuple de la diferencia entre los alumnos matriculados en el Taller de música y Alemán, ¿cuántos alumnos hay en 2º de Bachillerato?

a) 100

b) 120

c) 90

d) 80

e) Ninguna de las otras respuestas es correcta.

- 
20. Considera los vectores  $\vec{u} = (1, -1, 2)$  y  $\vec{v} = (-2, 2, 2)$ . ¿Cuál de los siguientes vectores tendremos que elegir para tener una base de  $\mathbb{R}^3$ ?
- a) Con  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  nunca podremos conseguir una base.
  - b)  $\vec{w} = (-1, 1, 1)$ .
  - c)  $\vec{w} = (2, -2, 1)$ .
  - d)  $\vec{w} = (1, -2, -1)$ .
  - e)  $\vec{w} = (-1, 1, 4)$ .
-