

Concurso de Matemáticas Pangea 2022

Fase Final - 2º Bachillerato Ciencias

-
1. El conjunto de puntos del plano que cumplen la ecuación $x^2 - xy + x - y = 0$ es...
- a) Una hipérbola
 - b) Dos rectas secantes
 - c) Dos rectas paralelas
 - d) Una elipse
 - e) Un punto
-
2. Calcula: $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{2}{x^2 - 1} \right) =$
- a) 1
 - b) 0
 - c) -1
 - d) e
 - e) No existe
-
3. ¿Cuántas matrices cumplen que $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$?
- Nota:** Recuerda que M^{-1} denota la matriz inversa de M .
- a) Todas las matrices.
 - b) Todas las matrices cuadradas.
 - c) Ninguna matriz.
 - d) Todas las matrices invertibles.
 - e) Solo la identidad.
-
4. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} k-1 & 3-2k \\ 1 & k-1 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$. ¿Para qué valores de $k \in \mathbb{R}$ tiene inversa?
- a) Para $k = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$
 - b) Para $k \neq \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$
 - c) Para $k = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$
 - d) Para $k \neq \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$
 - e) Para $k \neq \{0, \sqrt{2}, \sqrt{3}\}$
-
5. ¿Cuál es el valor mínimo de la función $f(x) = (x-7)^3(x-3)$?
- a) 0
 - b) -3
 - c) -7
 - d) -10
 - e) -27
-
6. En el punto $(2, -2)$ la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ tiene una recta tangente. ¿En qué punto corta dicha recta a la función?
- a) $(-1, -2)$
 - b) $(-1, 2)$
 - c) $(0, 2)$
 - d) $(2, 0)$
 - e) Ninguna de las otras respuestas es correcta
-
7. El 60% de los estudiantes de Bachillerato de un instituto son chicas y el 40% son chicos. La mitad de los chicos lee la revista MuchasMates, mientras que solo el 30% de las chicas lee dicha revista. Si elegimos un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que lea la revista?
- a) 0,32
 - b) 0,25
-

- c) 0,40
 d) 0,38
 e) 0,29

8. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 & -12 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$. Calcula la matriz X para que se cumpla que $A^2X - B = C$.

- a) $X = \begin{pmatrix} -9 & 1 \\ 11 & -6 \end{pmatrix}$
 b) $X = \begin{pmatrix} 9 & -11 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$
 c) $X = \begin{pmatrix} 9 & 11 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$
 d) $X = \begin{pmatrix} -9 & -1 \\ 11 & 6 \end{pmatrix}$
 e) $X = \begin{pmatrix} -9 & 11 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$

9. Considera la función $f(x) = x^5 + 4x^3 + 3$. ¿Cuál de las siguientes frases es cierta?
 a) Podemos afirmar que $f(x)$ tiene al menos una raíz en el intervalo $[-1, 1]$ por el Teorema de Rolle.
 b) Podemos afirmar que $f(x)$ tiene al menos una raíz en el intervalo $[-2, 2]$ por el Teorema de Weierstrass.
 c) Podemos afirmar que $f(x)$ tiene al menos una raíz en el intervalo $[-1, 0]$ por el Teorema de Bolzano.
 d) Podemos afirmar que $f(x)$ tiene más de una raíz en el intervalo $[0, 1]$ por el Teorema de Weierstrass.
 e) Ninguna de las otras frases es cierta.

10. Hemos metido en una caja $2n$ bolas con números escritos. La mitad de las bolas tienen escrito un número impar y la otra mitad un número par. Si sacamos dos bolas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los números sea impar?

- a) $\frac{n}{2}$
 b) $\frac{1}{2}$
 c) $\frac{n}{2n+1}$
 d) $\frac{n}{2n-1}$

e) Ninguna de las otras respuestas es correcta

11. ¿Cuántas de las siguientes igualdades son ciertas?

1. $tg^2x - sen^2x = tg^2x \cdot sen^2x$
2. $(sen x + cosx)^2 (sen x - cosx)^2 = 2$
3. $sen(x + y) \cdot sen(x - y) = sen^2x - sen^2y$
4. $cos(x + y) \cdot cos(x - y) = cos^2x - cos^2y$

- a) 0
 b) 1
 c) 2
 d) 3
 e) 4

12. Considera la función

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{4x}{1+x} & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

Si $f(x)$ es continua y derivable en $x = 1$, ¿cuál es el valor de $a + b$?

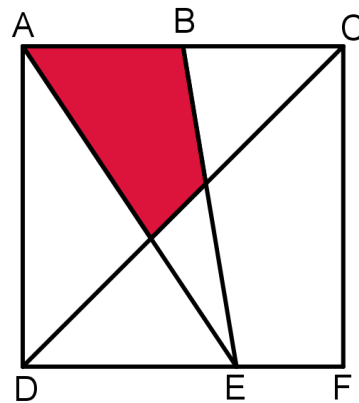
- a) 1
- b) 2
- c) -1
- d) 3
- e) 0

13. La concentración de contaminación en el aire, en microgramos por metro cúbico, medido en una ciudad durante 20 días sigue la función $C(t) = 24t - 1,2t^2$, donde t representa el número de días. ¿Qué día se alcanza el nivel máximo de contaminación?

- a) 10
- b) 12
- c) 11
- d) 13
- e) Ninguna de las otras respuestas es correcta

14. Hemos dibujado un cuadrado. Dentro del cuadrado hemos dibujado una de sus diagonales y dos segmentos. Sabiendo que el segmento DE mide 4 cm, que EF mide 2 cm y que AB y BC miden lo mismo, ¿cuál es el área, en cm^2 , de la zona sombreada?

- a) $\frac{135}{37}$
- b) $\frac{243}{35}$
- c) $\frac{231}{23}$
- d) $\frac{202}{21}$
- e) $\frac{267}{29}$



15. Considera las rectas

$$r_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = z$$

$$r_2: \frac{x+2}{2} = y = z - 2$$

¿Cuál es la distancia (mínima) entre ambas rectas?

- a) $\frac{4\sqrt{5}}{5} u$
- b) $\frac{2\sqrt{3}}{5} u$
- c) $\frac{2\sqrt{3}}{3} u$
- d) $\frac{4\sqrt{2}}{3} u$
- e) $\frac{7\sqrt{5}}{5} u$

16. Decimos que una función d es una *MÉTRICA* en \mathbb{R} si para cualquier $x, y, z \in \mathbb{R}$ cumple las siguientes propiedades:

- $d(x, y) \geq 0$
- $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$
- $d(x, y) = d(y, x)$
- $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$

Si consideramos las funciones:

- 1) $d(x, y) = \begin{cases} 1, & x \neq y \\ 0, & x = y \end{cases}$
- 2) $d(x, y) = |x^2 - y^2|$
- 3) $d(x, y) = x - y$

¿Cuál de las funciones es una *MÉTRICA* en \mathbb{R} ?

- a) La función 1
- b) La función 2
- c) La función 3
- d) Las funciones 1 y 2
- e) Las funciones 2 y 3

17. Considera las matrices complejas $A = \begin{pmatrix} 6 + 2i & 10 - 4i \\ 2 - 4i & 8 + 2i \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 - 2i & -i \\ i & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 - 2i & -9i \\ 1 & 5i \end{pmatrix}$.

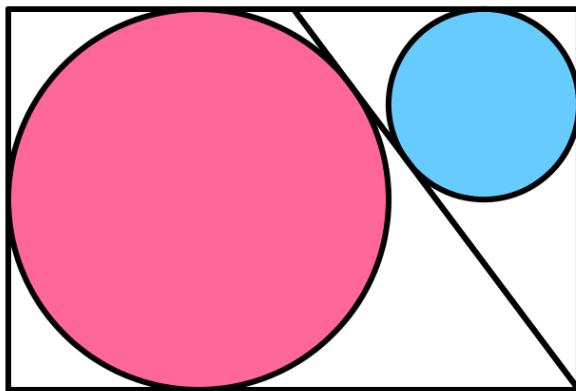
Calcula $\frac{1}{2}A \cdot B - C$.

- a) $\begin{pmatrix} 4 + 2i & 16 \\ -5 & 10 - 3i \end{pmatrix}$
- b) $\begin{pmatrix} 6 + 8i & 16 + 18i \\ -5i & 10 - 3i \end{pmatrix}$
- c) $\begin{pmatrix} 2 - 4i & -16i \\ 5 & 10 - i \end{pmatrix}$
- d) $\begin{pmatrix} -2 - 4i & 15i \\ -6i & 10 + 5i \end{pmatrix}$

e) Ninguna de las otras respuestas es correcta

18. Hemos dibujado dos círculos dentro de un rectángulo, como puedes ver en la imagen. El área del círculo grande es 4π y la del círculo pequeño es π . ¿Cuál es el área del rectángulo?

- a) 25
- b) 30
- c) 26
- d) 24
- e) 20



19. Considera el plano $\pi_1: x - 2y + 2z = 0$, la recta $r: \begin{cases} x - y = 0 \\ z + 1 = 0 \end{cases}$ y el punto $A = (1, 0, -1)$. ¿Cuál es la ecuación del plano que pasa por el punto A , es perpendicular a π_1 y es paralelo a r ?
- a) $3x - 2y + 2z + 7 = 0$
 - b) $-x + 2y - 2z + 3 = 0$
 - c) $3x - y - z + 8 = 0$
 - d) $2x - 2y - 3z - 5 = 0$
 - e) $2x + 2y + z - 1 = 0$
-

20. ¿Cuál es el área de la región encerrada entre las gráficas de $f(x) = \frac{x^2}{4}$, $g(x) = x$ y $h(x) = x^2$?
- a) $\frac{56}{3}$
 - b) $\frac{5}{3}$
 - c) $\frac{5}{2}$
 - d) $\frac{1}{8}$
 - e) $\frac{-2}{5}$
-