

Concurso de Matemáticas Pangea 2021

Primera Fase - 2º Bachillerato de Sociales

-
1. ¿Cómo son las matrices que conmutan con la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$?
- a) Son triangulares superiores.
 - b) Son triangulares inferiores.
 - c) Son diagonales.
 - d) Solo la matriz nula conmuta con A .
 - e) Todas las matrices conmutan con A .
-
2. ¿Cuántas de las siguientes afirmaciones son ciertas?
- El rango de una matriz de dimensión 3×4 siempre es 3.
 - La Regla de Barrow sirve para calcular determinantes.
 - Una función dada tiene una única primitiva.
 - Una función dada tiene una única derivada.
 - Un sistema compatible siempre tiene una única solución.
- a) 0
 - b) 1
 - c) 2
 - d) 3
 - e) 4
-
3. Considera la función f , definida sobre los naturales y que verifica $f(1) = 2$, $f(2k) = 2f(k)$ y $f(2k + 1) = 3f(k)$. ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $f(n) = 24$?
- a) 0
 - b) 1
 - c) 2
 - d) 3
 - e) 4
-
4. Considera la sucesión dada por: $a_1 = \operatorname{sen}^2 \alpha$; $a_2 = \operatorname{cos}^2 \alpha$; $a_n = a_{n-2} + a_{n-1}$. ¿Cuál es el sexto término de la sucesión?
- a) $2\operatorname{cos}^2 \alpha + 2$
 - b) $\operatorname{cos}^2 \alpha$
 - c) 1
 - d) $2\operatorname{cos}^2 \alpha + 3$
 - e) Ninguna de las otras opciones es correcta
-

5. Si x es un número real que verifica que $3 < x < 7$, ¿cuántas de las siguientes afirmaciones es falsa?
- $9 < x^2 < 49$
 - $6 < x^2 - x < 42$
 - $6 < 2x < 14$
 - $0 < x - 3 < 4$
- a) 4
b) 3
c) 2
d) 1
e) 0

6. Considera la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & k & -3 \\ 4 & 1 & k \end{pmatrix}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?
- a) Solo para $k = -1$ el rango de la matriz es 2.
b) Solo para $k = -3$ el rango de la matriz es 1.
c) Para $k = -3$ el rango de la matriz es 3.
d) Solo para los valores $k = -3$ y $k = -1$ el rango de la matriz es distinto de 3.
e) Solo para $k = 0$ el rango de la matriz es 1.

7. La profesora de matemáticas nos ha dado dos listas de problemas. La lista A con problemas de 4 puntos cada uno y la lista B con 20 problemas de 6 puntos cada uno. Cada estudiante debemos entregarle varios problemas resueltos, pero con las siguientes condiciones:
- El número de problemas realizados de la lista A no puede ser mayor que el número de problemas realizados de la lista B; ni ser menor que el número de problemas realizados de la lista B menos 6.
 - La suma de cinco veces el número de problemas realizados de la lista A y el número de problemas realizados de la lista B no puede ser mayor que 30.

Si llamamos x al número de problemas de la lista A e y al número de problemas realizados de la Lista B, ¿cuál de las siguientes restricciones no pertenece a la región factible del problema?

- a) $x \leq y$
b) $x \geq y - 6$
c) $5x + y \geq 30$
d) $x \geq 0$
e) Ninguna de las otras repuestas es correcta

8. ¿Cuál es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \frac{3x^2-4}{x-2}$?
- a) $\frac{9x^2-12x-4}{x^2-4x+4}$
b) $\frac{3x^2-4}{x-2}$
c) $\frac{9x^2-12x-4}{x-2}$
d) $\frac{3x^2-12x+4}{x^2-4x+4}$
e) $\frac{3x^2-12x+4}{x-2}$

9. Del polinomio $P(x)$ sabemos que es de grado 3, su coeficiente principal es 1 y tiene tres raíces distintas a , b y c . ¿Cuál es el valor numérico de $P(x)$ en $x = a + b + c$?

- a) $a + b + c$
- b) $(a + b) \cdot (a + c) \cdot (b + c)$
- c) $a^2 + b^2 + c^2$
- d) 0
- e) $a^2 \cdot b^2 \cdot c^2$

10. Consideramos dos sucesos aleatorios A y B de manera que $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,6$ y $P(A \cup B) = 0,7$. ¿Cuál es la probabilidad $P(A|\bar{B})$?

Nota: \bar{B} indica el complementario de B .

- a) 0,16
- b) 0,2
- c) 0,33
- d) 0,5
- e) 0,25

11. ¿Cuál es el valor de $\frac{\log \frac{1}{a} + \log \sqrt{a}}{\log a^3}$ si $a > 0$ y $a \neq 1$?

- a) No se puede calcular
- b) $\frac{1}{6}$
- c) $\frac{1}{3}$
- d) $\frac{-1}{3}$
- e) $\frac{-1}{6}$

12. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$.

Calcula $M = A^2 - 3(B + C)$

- a) $M = \begin{pmatrix} -2 & 18 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$
 - b) $M = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 8 & -10 \end{pmatrix}$
 - c) $M = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -2 & 10 \end{pmatrix}$
 - d) $M = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -15 & 8 \end{pmatrix}$
 - e) $M = \begin{pmatrix} -2 & 10 \\ 18 & 4 \end{pmatrix}$
-

13. A un taller han acudido personas de tres nacionalidades: alemanes, españoles y turcos. La suma de las personas con nacionalidad turca y alemana es igual al número de personas españolas más cuatro. Al taller acudieron el doble de españoles que de alemanes. Si en total al taller fueron 60 personas, ¿cuántos alemanes acudieron al taller?
- 14
 - 18
 - 20
 - 24
 - 28
-
14. Halla la primitiva $F(x)$ de $f(x) = 8x^3 - 6x^2 + 2$ que cumple que $F(1) = 5$:
- $F(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2x + 4$
 - $F(x) = 2x^4 - 2x^3 + x + 4$
 - $F(x) = 8x^3 - 6x^2 + 2 + 3$
 - $F(x) = 2x^4 - 2x^3 + 2x + 3$
 - Ninguna de las otras respuestas es correcta
-
15. ¿Por cuántos puntos con coordenadas enteras pasa la curva $y = \frac{5x+1}{x-3}$?
- Infinitos
 - 20
 - 10
 - 5
 - 0
-
16. Sea $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq -1 \\ 3x + a & \text{si } -1 < x < 1, \\ x^2 + b & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$ que es continua en todo su dominio. ¿Cuál es el valor de $b - a$?
- 0
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
-
17. ¿Cuál es el área, en unidades cuadradas, encerrada por la curva $\operatorname{sen} x$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2\pi$?
- 8
 - 6
 - 4
 - 2
 - 0
-
18. A cada una de las excursiones de un club de senderismo puede acudir como mucho el 80% de los socios. Si este mes se han organizado cuatro excursiones con el máximo número de participantes posibles, ¿cuál es el menor porcentaje posible de los socios que han acudido a las cuatro excursiones?
- 80%
 - 20%
 - 40%
 - 60%
 - Ninguna de las otras respuestas es correcta

19. Hemos trucado un dado de seis caras numeradas del 1 al 6 de manera que todas las caras con un número par tienen la misma probabilidad y que las caras con número impar tiene 5 veces la probabilidad de cada cara con número par. Si lanzamos el dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número impar si ha salido un número menor que 5?

a) $\frac{4}{5}$

b) $\frac{5}{6}$

c) $\frac{6}{7}$

d) $\frac{2}{3}$

e) Ninguna de las otras respuestas es correcta

20. Los números positivos $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ están en una progresión geométrica cuya razón es distinta de 1. Conocemos las sumas:

$$P = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$
$$Q = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}$$

¿Cuál es el valor de $S = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n$?

a) $\sqrt{(PQ)^n}$

b) $\sqrt{\left(\frac{P}{Q}\right)^n}$

c) $(PQ)^n$

d) $\sqrt{\left(\frac{Q}{P}\right)^n}$

e) $\left(\frac{Q}{P}\right)^n$
