

Concurso de Matemáticas Pangea 2021

Fase Final - 2º Bachillerato de Ciencias

1. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -5 & 0 \\ -1 & 13 & 14 \end{pmatrix}$ Calcula A^{-1} :

a) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{5} & 1 \\ -1 & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -2 & 5 & 0 \\ 1 & -13 & -14 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{14} \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 5 & 3 & -10 \\ \frac{10}{3} & 1 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

e) La matriz A no tiene inversa

2. ¿Cuál es la ecuación de la parábola que tiene un foco en $(-3, 2)$ y su recta directriz es $x = 2$?

a) $x^2 + 10x + 9 = y$

b) No hay ninguna parábola con esas características

c) $y^2 + 10x - 4y + 9 = 0$

d) $x^2 + y^2 - 7x - 4y + 7 = 0$

e) Ninguna de las otras opciones es correcta

3. ¿Cuál es la recta tangente a la curva $f(x) = x\cos(x) + x + 1$ en $x = 0$?

a) $y = 2x - 1$

b) $y = 2x + 1$

c) $y = 1 - 2x$

d) $y = -2x$

e) $y = -1$

4. Considera la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Calcula M^{2021} .

a) $M^{2021} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

b) $M^{2021} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) $M^{2021} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

d) $M^{2021} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

e) $M^{2021} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

5. Sabiendo que $\begin{vmatrix} -d & -e & -f \\ -a & -b & -c \\ -g & -h & -i \end{vmatrix} = 6$, calcula el determinante: $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$

a) 6

b) -6

c) 0

d) 12

e) -12

6. Sean a y b dos números distintos tales que $3a^2 - Ka^2 = 3b^2 - Kb^2$, con $K \neq 3$. ¿Cuál es el valor de $a + b$?

a) K

b) $3K$

c) $-3K$

d) 1

e) 0

7. Si z es un número complejo que cumple que $z^2 = 4z - 8$, ¿cuál es el valor de z^4 ?

a) 32

b) 64

c) 56

d) -64

e) -32

8. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta sobre la función $f(x) = \frac{6x^4 - 3x^3 + 4x + 1}{2x^3 + x}$?

a) Tiene una asíntota horizontal en $y = 3$.

b) Tiene 3 asíntotas verticales.

c) Tiene una asíntota oblicua en $y = 3x - 1$.

d) Tiene una asíntota vertical en $y = 0$.

e) Ninguna de las otras afirmaciones es cierta.

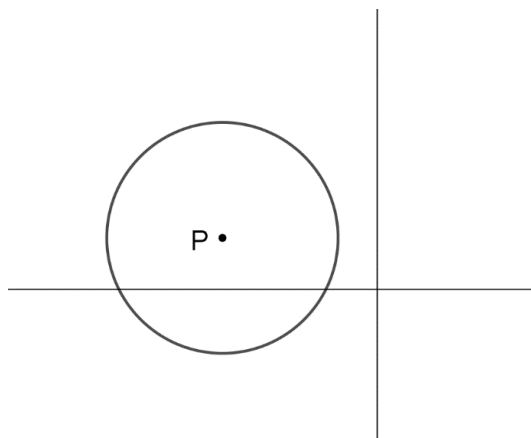
9.

$$\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{1}{A}\right) + \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{1}{B}\right) = \dots$$

- a) $\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{A+B}{AB}\right)$
 b) $\frac{\pi}{4}$
 c) 1
 d) $\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{A+B}{AB-1}\right)$
 e) $\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{AB}{A+B-1}\right)$

10. Hemos dibujado una circunferencia de centro P en los ejes cartesianos. Si la coordenada de abscisas del punto P es -3 , ¿cuál de las siguientes opciones puede ser la ecuación de dicha circunferencia?

- a) $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 5$
 b) $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 10$
 c) $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 25$
 d) $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 10$
 e) $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 5$



11. En la hucha tenemos monedas de 50 céntimos, de 1 € y de 2 €. En total, hay 35 monedas y 45 euros. Si el número de monedas de 50 céntimos es el doble que la suma de las de 1 y 2 euros, ¿cuántas monedas de 50 céntimos?

- a) 30
 b) 33
 c) 31
 d) 32
 e) Ninguna de las otras respuestas es correcta

12. Un cubo de $3 \times 3 \times 3$ está formado por 27 cubitos más pequeños e iguales. ¿A cuántos cubitos corta el plano perpendicular a una de las diagonales del cubo y que pasa por el centro del cubo?

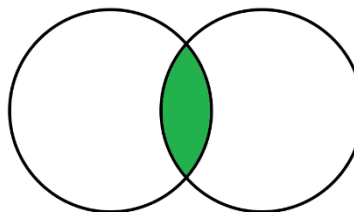
- a) 3
 b) 9
 c) 12
 d) 15
 e) 19

13. ¿Cuál es el área de la región del plano determinada por los puntos (x, y) tales que $|2x - 3y| \leq 12$ y $|2x + 3y| \leq 12$?
- 24
 - 12
 - 48
 - 36
 - Ninguna de las otras respuestas es correcta

14. Hemos dibujado dos circunferencias que se solapan, como puedes ver en la imagen, de tal manera que el arco de cada una interior a la otra es el 25% de su longitud. Si el radio de ambas circunferencias es 4 cm, ¿cuál es el área, en cm^2 , de la zona coloreada de verde?

Nota: La imagen no está a escala

- $8\pi - 4$
- $4\pi - 8$
- $6\pi - 12$
- $6\pi - 8$
- $8\pi - 16$



15. ¿Cuál es el área comprendida entre las gráficas de $f(x) = -2x^3 + 6x^2$ y $g(x) = 2x^2 - 2x + 4$?

- $\frac{11}{6}u^2$
- $\frac{9}{2}u^2$
- $\frac{37}{6}u^2$
- $\frac{19}{6}u^2$
- $\frac{22}{3}u^2$

16. Cada una de las siguientes afirmaciones puede ser verdadera o falsa:

- Las afirmaciones B y D no son ambas falsas.
- La afirmación E es falsa.
- Las afirmaciones B y E son ambas verdaderas.
- Las afirmaciones C y E son ambas falsas.
- La afirmación C es verdadera.

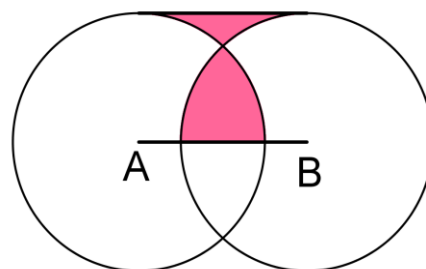
¿Cuántas de las afirmaciones son ciertas?

- 5
- 4
- 3
- 2
- 0

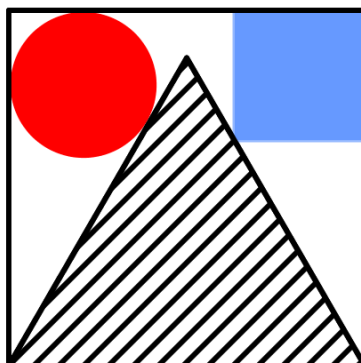
17. Llamemos r a la recta que es intersección de los planos $\Pi_1: 2x + y - z + 5 = 0$ y $\Pi_2: 4x + 4y - z + 9 = 0$. ¿Cuál es la distancia que hay de r al punto $P = (3, -1, 4)$?
- $\sqrt{3}$
 - $\sqrt{6}$
 - $\sqrt{2}$
 - $2\sqrt{3}$
 - $2\sqrt{2}$

18. Hemos dibujado dos círculos de radio 1 cm que se solapan, como en la imagen. Si las dos zonas coloreadas tienen igual área, ¿cuál es la distancia entre sus centros (el segmento AB)?

- $\pi/2$
- $\pi/3$
- $\pi/4$
- 2π
- $1/2$



19. Observa la siguiente imagen:



Hemos dibujado un cuadrado de lado 1 cm. Dentro, hemos dibujado el triángulo rayado, el círculo rojo y el cuadrado azul. El triángulo rayado es equilátero. Si llamamos R al área del círculo rojo y A al área del cuadrado azul, ¿cuál es el valor de $\frac{R}{A}$?

- $\frac{\pi}{2}$
- $\frac{\pi}{3}$
- $\frac{5\pi}{6}$
- $\frac{5\pi}{3}$
- $\frac{\pi}{12}$

20. Una empresa lanza al mercado una nueva bebida y la presenta en latas cilíndricas de medio litro de capacidad. ¿Cuál es la altura de la lata más económica?

a) $\frac{5\sqrt[3]{16\pi^2}}{4\pi}$

b) $5\sqrt[3]{16\pi^2}$

c) $\frac{4\sqrt[3]{\pi^2}}{\pi}$

d) $\frac{5\sqrt[3]{16\pi^2}}{\pi}$

e) $5\pi\sqrt[3]{16}$
