

Concurso de Matemáticas Pangea 2021

Primera Fase - 2º Bachillerato de Ciencias

1. ¿Cómo son las matrices que conmutan con la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$?
- a) Son triangulares superiores.
 - b) Son triangulares inferiores.
 - c) Son diagonales.
 - d) Solo la matriz nula conmuta con A .
 - e) Todas las matrices conmutan con A .
-
2. ¿Cuántas de las siguientes afirmaciones son ciertas?
- El rango de una matriz de dimensión 3×4 siempre es 3.
 - La Regla de Barrow sirve para calcular determinantes.
 - Una función dada tiene una única primitiva.
 - Una función dada tiene una única derivada.
 - Un sistema compatible siempre tiene una única solución.
- a) 0
 - b) 1
 - c) 2
 - d) 3
 - e) 4
-
3. Considera la función f , definida sobre los naturales y que verifica $f(1) = 2$, $f(2k) = 2f(k)$ y $f(2k + 1) = 3f(k)$. ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $f(n) = 48$?
- a) 5
 - b) 4
 - c) 3
 - d) 2
 - e) 1
-
4. Considera la sucesión dada por: $a_1 = \cos^2 \alpha$; $a_2 = \sen^2 \alpha$; $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$. ¿Cuál es el sexto término de la sucesión?
- a) 1
 - b) $\cos^2 \alpha$
 - c) $\cos 2\alpha$
 - d) $\cos^2 2\alpha$
 - e) Ninguna de las otras opciones es correcta
-

5. Si x es un número real que verifica que $3 < x < 7$, ¿cuántas de las siguientes afirmaciones es falsa?

- $9 < x^2 < 49$
- $6 < x^2 - x < 42$
- $6 < 2x < 14$
- $0 < x - 3 < 4$

- a) 4
b) 3
c) 2
d) 1
e) 0

6. Considera la matriz $M = \begin{pmatrix} k & 0 & 2k \\ 0 & k-1 & 0 \\ -k & 0 & -k \end{pmatrix}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones no es cierta?

- a) Para $k = 2$ el rango de la matriz es 3.
b) Para $k = 1$ el rango de la matriz es 2.
c) Para $k = 0$ el rango de la matriz es 2.
d) Solo para los valores $k = 0$ y $k = 1$ el rango de la matriz es distinto de 3.
e) Para $k = -1$ el rango de la matriz es 3.

7. Sean $\vec{v}_1 = (2, 1, 4)$ y $\vec{v}_2 = (1, 0, 3)$ dos vectores. ¿Cuál de los siguientes vectores podemos seleccionar para obtener una base de \mathbb{R}^3 ?

- a) $\vec{v} = (3, 1, 7)$
b) $\vec{v} = (-1, 0, -3)$
c) $\vec{v} = (6, 3, 12)$
d) $\vec{v} = (1, 2, -1)$
e) $\vec{v} = (1, 1, 2)$

8. ¿Cuál es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \frac{3x^2-4}{x-2}$?

- a) $\frac{9x^2-12x-4}{x^2-4x+4}$
b) $\frac{3x^2-4}{x-2}$
c) $\frac{9x^2-12x-4}{x-2}$
d) $\frac{3x^2-12x+4}{x^2-4x+4}$
e) $\frac{3x^2-12x+4}{x-2}$

9. Del polinomio $P(x)$ sabemos que es de grado 3, su coeficiente principal es 1 y tiene tres raíces distintas a , b y c . ¿Cuál es el valor numérico de $P(x)$ en $x = a + b + c$?

- a) $a + b + c$
b) $(a + b) \cdot (a + c) \cdot (b + c)$
c) $a^2 + b^2 + c^2$
d) 0
e) $a^2 \cdot b^2 \cdot c^2$

-
10. Sean m y n dos números reales mayores que 1, primos y de manera que $m - n$ y $m + n$ sean también primos. ¿Qué propiedad tiene $m + n + (m - n) + (m + n)$?
- Es primo.
 - Es par.
 - Es impar.
 - Es múltiplo de 3.
 - Es múltiplo de 5.
-
11. Sea C una circunferencia en el plano y P un punto exterior a ella. ¿Cuántos puntos de C se encuentran a L cm de distancia de P como máximo?
- 2
 - $2L$
 - $L/2$
 - L
 - Infinitos
-
12. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$. Calcula $M = 2(A - B^2) + 3C$
- $M = \begin{pmatrix} -2 & 8 \\ -7 & 14 \end{pmatrix}$
 - $M = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 8 & -15 \end{pmatrix}$
 - $M = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -7 & 16 \end{pmatrix}$
 - $M = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -15 & 8 \end{pmatrix}$
 - $M = \begin{pmatrix} -8 & 16 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$
-
13. A un taller han acudido personas de tres nacionalidades: alemanes, españoles y turcos. La suma de las personas con nacionalidad turca y alemana es igual al número de personas españolas más cuatro. Al taller acudieron el doble de españoles que de alemanes. Si en total al taller fueron 60 personas, ¿cuántos alemanes acudieron al taller?
- 14
 - 18
 - 20
 - 24
 - 28
-
14. Halla la primitiva $F(x)$ de $f(x) = 8x^3 - 6x^2 + 2$ que cumple que $F(1) = 5$:
- $F(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2x + 4$
 - $F(x) = 2x^4 - 2x^3 + x + 4$
 - $F(x) = 8x^3 - 6x^2 + 2 + 3$
 - $F(x) = 2x^4 - 2x^3 + 2x + 3$
 - Ninguna de las otras respuestas es correcta
-

15. ¿Por cuántos puntos con coordenadas enteras pasa la curva $y = \frac{5x+1}{x-3}$?
- a) Infinitos
 - b) 20
 - c) 10
 - d) 5
 - e) 0
-
16. Sea $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq -1 \\ 3x + a & \text{si } -1 < x < 1 \\ x^2 + b & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$, que es continua en todo su dominio. ¿Cuál es el valor de $b - a$?
- a) 0
 - b) 1
 - c) 2
 - d) 3
 - e) 4
-
17. ¿Cuál es el área, en unidades cuadradas, encerrada por la curva $\text{sen } x$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2\pi$?
- a) 8
 - b) 6
 - c) 4
 - d) 2
 - e) 0
-
18. La Asociación Pangea ha programado cuatro talleres para cuatro sábados, a los que solo pueden ir socios. A cada uno de los talleres acude el 80% de los socios siempre. ¿Cuál es el mínimo porcentaje de socios que han acudido a los cuatro talleres?
- a) 80%
 - b) 60%
 - c) 40%
 - d) 20%
 - e) 0%
-
19. ¿Cuál de las siguientes expresiones es siempre igual a $\sin^3 x + \cos^3 x$?
- a) $\sin 3x + \cos 3x$
 - b) $(\sin x + \cos x)^3$
 - c) 1
 - d) $3 - \sin x \cdot \cos x$
 - e) $(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cdot \cos x)$
-

20. Consideremos un cubo de lado 2 y una esfera cuyo centro sea el mismo que el centro de cubo. Si llamamos C al conjunto de puntos de la superficie del cubo y E al conjunto de puntos de la superficie de la esfera, ¿para qué radios r de la esfera se cumple que el conjunto $C \cap E$ consta exactamente de seis circunferencias?
- a) $1 \leq r \leq 2$
 - b) $1 < r \leq \sqrt{3}$
 - c) $1 \leq r < \sqrt{3}$
 - d) $1 < r \leq \sqrt{2}$
 - e) $1 \leq r < \sqrt{2}$
-