

Concurso de Matemáticas Pangea 2019

Fase Final - 2º Bachillerato Ciencias

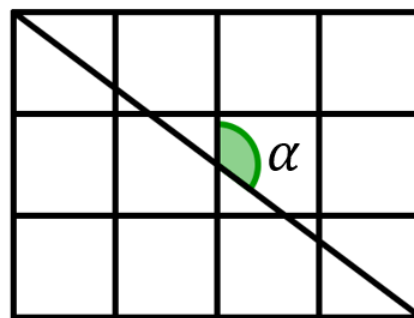
-
1. ¿Cuál es el período de la función $f(x) = \text{sen}(x) + \text{sen}(2x)$?
- a) π
 - b) $\pi+2$
 - c) $\pi/2$
 - d) 2π
 - e) La función no es periódica
-
2. Dados los vectores $\vec{u} = (-4, 6)$ y $\vec{v} = (7, a)$, calcula el valor de a para que \vec{u} y \vec{v} sean perpendiculares.
- a) 3
 - b) -5
 - c) $\frac{-7}{4}$
 - d) $\frac{14}{3}$
 - e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.
-
3. ¿Cuál de las siguientes funciones es una primitiva de $f(x) = 6x^2 - 2x + 1$?
- a) $2x^3 - x^2$
 - b) $6x^3 - 2x^2 + x$
 - c) $3x^2 - 2x + 1$
 - d) $2x^3 - x^2 + x + 3$
 - e) Ninguna de las funciones anteriores es primitiva de $f(x)$
-
4. Calcula: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{x^2 - 1} = \dots$
- a) El límite no existe.
 - b) 1
 - c) 0
 - d) $1/2$
 - e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.
-
5. Los beneficios mensuales de una empresa de juguetes, expresados en euros, que hace y vende x juguetes vienen definidos por la función $B(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 60x - 800$, donde el número de juguetes que hace cada mes oscila entre 20 y 80.
- ¿Cuál es el número máximo de juguetes que tiene que fabricar y vender para obtener máximos beneficios?
- a) 80
 - b) 70
 - c) 60
 - d) 50
 - e) 40
-

6. Si $x + |x| + y = 6$ y $x + |y| - y = 3$, ¿cuál es el valor de $x \cdot y$?
- 0
 - 1
 - 3
 - 2
 - 3
-
7. Si $z_1 = 3 + 5i$ es una raíz cuarta de z , ¿cuál de los siguientes números es también raíz de z ?
- $-3 + 5i$
 - $-5 - 3i$
 - $3 - 5i$
 - $5 + 3i$
 - $5 - 3i$
-
8. Las funciones $f(x) = -x^2 + 6x + k$ y $g(x) = 3k$ están definidas para todos los números reales y tienen un punto en común. ¿Cuál es el valor de k ?
- 1
 - 2
 - $9/2$
 - $3/4$
 - No se puede saber
-
9. El 70% de los accidentes son domésticos, mientras que un 30% ocurren fuera de casa. Si los accidentes domésticos se redujeran un 30%, ¿en qué porcentaje disminuirían el número de accidentes en total?
- 40%
 - 34%
 - 25%
 - 21%
 - Ninguna de las respuestas anteriores es correcta
-
10. Escribimos todos los números naturales comprendidos entre 1 y 100 (ambos incluidos). ¿Cuántos números hay que borrar como mínimo para que el producto de los números que queden sin borrar termine en 2?
- 20
 - 22
 - 24
 - 26
 - Ninguna de las respuestas anteriores es correcta
-
11. Un cubo de $3 \times 3 \times 3$ está formado por 27 cubitos más pequeños e iguales. ¿A cuántos cubitos corta el plano perpendicular a una de las diagonales del cubo y que pasa por el centro del cubo?
- 3
 - 9
 - 12
 - 15
 - 19
-

12. Formamos un rectángulo con 12 cuadrados iguales. Después, marcamos una de las diagonales del rectángulo, como puedes ver en la imagen.

¿Cuál es el valor del seno del ángulo α , marcado en la imagen?

- a) $2/5$
- b) $4/5$
- c) $3/7$
- d) $3/4$
- e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta



-
13. Las longitudes de los lados de un triángulo son 11, 15 y m , donde m es un número entero. ¿Para cuántos valores de m el triángulo es obtusángulo?

- a) 13
- b) 12
- c) 11
- d) 15
- e) 14

-
14. Lucía está sumando todos los ángulos de un polígono convexo y obtiene como resultado 3083. Pero Lucía, que es muy despistada, se ha olvidado de sumar uno de los ángulos. ¿Cuánto mide el ángulo que se le ha olvidado sumar a Lucía?

- a) 65°
- b) 97°
- c) 126°
- d) 157°
- e) 167°

-
15. Llamamos f a una función polinómica de segundo grado que pasa por los puntos $(1,2)$; $(0,-1)$ y $(2,3)$. Llamamos a a la abscisa del punto donde f alcanza su valor máximo. ¿Cuál es el área limitada por f , $y=0$, $x=1$ y $x=a$?

- a) 4
 - b) 3
 - c) $10/3$
 - d) $8/3$
 - e) $7/3$
-

16. Jaime ha hecho la siguiente demostración:

PASO 1: Suponemos $a = b$

PASO 2: Multiplicamos en ambos miembros de la igualdad por a : $a^2 = ab$

PASO 3: Restamos b^2 en ambos miembros de la igualdad: $a^2 - b^2 = ab - b^2$

PASO 4: Expresamos en forma de producto: $(a - b)(a + b) = b(a - b)$

PASO 5: Simplificamos dividiendo entre $(a - b)$: $a + b = b$

PASO 6: Sustituimos a por b : $2b = b$

PASO 7: Simplificamos dividiendo entre b : $2 = 1$

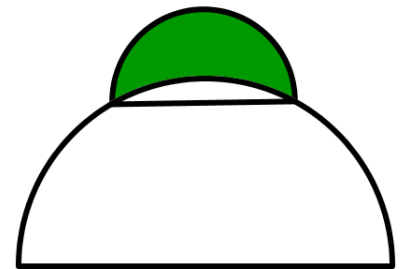
Como ya habrás notado, en esta demostración hay un error y a partir de ese error, todo está mal.

¿En qué paso se encuentra el error?

- a) Paso 1
- b) Paso 2
- c) Paso 3
- d) Paso 5
- e) Paso 7

17. Hemos dibujado un semicírculo de diámetro 1 sobre otro de diámetro 2, como puedes ver en la imagen. ¿Cuál es el área de la zona del semicírculo pequeño que está por encima del semicírculo grande?

- a) $\frac{3\sqrt{3}-\pi}{12}$
- b) $\frac{6\sqrt{3}-\pi}{24}$
- c) $\frac{\pi-\sqrt{3}}{6}$
- d) $\frac{6\sqrt{3}+\pi}{12}$
- e) $\frac{2\sqrt{3}+\pi}{24}$



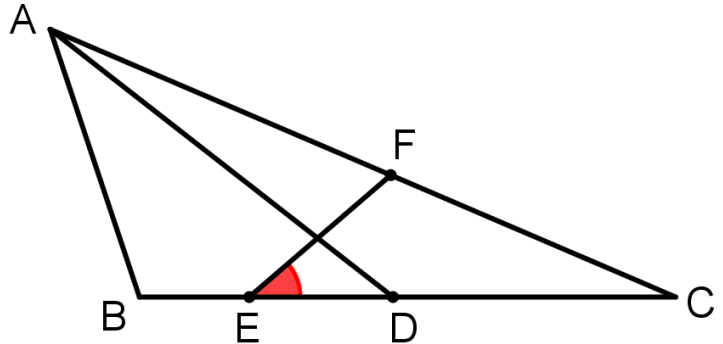
18. Sea $f\left(\frac{x}{2}\right) = x^2 + x + 1$ una función. ¿Cuál es el valor de la suma de todos los valores de y para los que $f(2y) = 5$?

- a) $1/4$
- b) $5/2$
- c) $-1/4$
- d) $-2/5$
- e) $1/8$

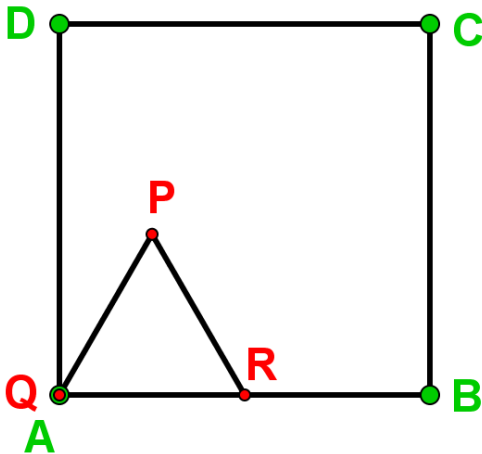
19. Dibujamos el triángulo ABC. Marcamos el punto D en el lado BC de tal manera que $AB = CD$. Después, marcamos los puntos medios de AC y BD y los llamamos F y E. Si el ángulo FEC (marcado en la imagen) mide k° , ¿cuánto mide el ángulo ABC?

Nota: La figura no está a escala

- a) $(90 - k)^\circ$
- b) $(45 + k)^\circ$
- c) $(2k)^\circ$
- d) $(90 - \frac{k}{2})^\circ$
- e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta



20. Disponemos de un triángulo equilátero PQR de lado 2, y de un cuadrado ABCD, cuyo lado mide el doble que el del triángulo. Metemos el triángulo en el cuadrado, haciendo coincidir los vértices A y Q, como en la imagen.



Hacemos girar el triángulo en sentido horario con centro en R para hacer coincidir el lado del triángulo con el del cuadrado. Volvemos a girar del mismo modo con centro en P, después en Q ... y así sucesivamente hasta que los vértices del triángulo vuelven a su posición inicial (la de la imagen, es decir, que Q vuelva a coincidir con A)

¿Cuánto mide el camino que ha recorrido P en todos estos giros?

- a) $\frac{40\pi}{3}$
- b) $\frac{35\pi}{4}$
- c) $\frac{34\pi}{3}$
- d) $\frac{50\pi}{3}$
- e) $\frac{34\pi}{7}$